SULLA SIMMETRIA TRA PARTICELLE E ANTIPARTICELLE

Nota di GIULIO RACAH

Sunto. - *Si mostra che la simmetria tra particelle e antiparticelle porta alcune modificazioni formali nella teoria di* FERMI *sulla radioattività* β, *e che l'identità fisica tra neutrini ed antineutrini porta direttamente alla teoria di* E. MAJORANA.

Nella prima parte del presente lavoro si pone in rilievo una certa arbitrarietà che ancora sussiste nella trasformazione delle autofunzioni di DIRAC associata a un cambiamento di assi nello spazio-tempo, e si mostra come si possa eliminare questa arbitrarietà aggiungendo al postulato dell'invarianza relativistica quello della simmetria tra particelle e antiparticelle. Si perviene così ad una legge di trasformazione che differisce in alcuni casi da quella generalmente ammessa (1), e ad una conseguente modificazione dell'interazione proposta da FERMI nella sua teoria dei raggi β (2). Gli effetti di tale modificazione non sono verificabili sperimentalmente, perchè tendono a zero con la massa del neutrino, ma hanno una certa importanza teorica, perchè eliminano una dissimmetria che era stata rilevata da KONOPINSKI e UHLENBECK (3).

Nella seconda parte si considera l'ipotesi (che dovrà essere un giorno verificata sperimentalmente) che nel caso particolare dei neutrini non si abbia una semplice simmetria, ma addirittura una identità fisica tra neutrini ed antineutrini, e si mostra come questa ipotesi porti automaticamente al formalismo di E. MAJORANA (4). Si rende così evidente il contenuto fisico assolutamente nuovo della teoria di E. MAJORANA, e si indica come l'esperienza potrà decidere della sua validità.

(1) W. PAULI, « Handbuch der Physik », vol. XXIV/1, pp. 220-224.
(2) E. FERMI, « Nuovo Cimento », **11**, 1, 1934.
(3) E. J. KONOPINSKI e G. E. UHLENBECK, « Phys. Rev. », **48**, 7, 1935.
(4) E. MAJORANA, « Nuovo Cimento », **14**, 171, 1937.

Nella terza parte si discutono alcune difficoltà che si oppongono all'estensione della teoria di E. MAJORANA ai neutroni.

* * *

1. È noto che si ottiene l'invarianza relativistica dell'equazione di DIRAC associando ad ogni trasformazione di LORENTZ una sostituzione lineare sulle quattro componenti delle autofunzioni; lo studio più completo di tali sostituzioni è stato fatto da PAULI (¹), e a tale studio converrà perciò riferirsi, per vedere quale arbitrarietà presentino i resultati che comunemente si utilizzano, e come di tale arbitrarietà si possa convenientemente disporre.

PAULI ha dimostrato che la sostituzione lineare

(P-23) $$\psi_\rho' = \sum_\sigma \Lambda_{\rho\sigma} \psi_\sigma \qquad (\text{o più brevemente } \psi' = \Lambda\psi)$$

che bisogna associare alla trasformazione di LORENTZ

(P-20) $$x_\mu' = \sum_\nu a_{\mu\nu} x_\nu,$$

per avere l'invarianza formale dell'equazione di DIRAC

(P-22) $$\sum_\mu \gamma^\mu \frac{\partial\psi}{\partial x_\mu} + \frac{2\pi mc}{h}\psi = 0,$$

è sempre univocamente determinata a meno di un fattore numerico. Tale fattore numerico può essere normalizzato con la condizione

(P-25) $$\text{Det. } \Lambda = 1\,;$$

ma, essendo Λ una sostituzione del quarto ordine, resta ancora indeterminato un fattore $\sqrt[4]{1}$, cioè una potenza di i (²).

Questa potenza di i può esser determinata con considerazioni di continuità per le trasformazioni di LORENTZ in senso ristretto, ma non è per ora determinata se si hanno riflessioni degli assi.

Per quest'ultime trasformazioni PAULI mostra che si può porre

(P-28a) per $x_k' = -x_k, \quad x_4' = +x_4, \quad \Lambda = \gamma^4,$

(P-28b) per $x_k' = +x_k, \quad x_4' = -x_4, \quad \Lambda = \gamma^5\gamma^4 = \gamma^1\gamma^2\gamma^3\,;$

(¹) W. PAULI, « Ann. Inst. Poincaré », **6**, 109, 1936; i numeri preceduti da P- si riferiscono alle formule di tale lavoro.

(²) Un fattore di modulo 1 nelle autofunzioni è considerato generalmente inessenziale, ed è anzi noto che l'indeterminazione della fase è legata alla conservazione delle particelle; ma appunto perciò il fattore di fase assume importanza in quei problemi, come l'emissione β, in cui si ha creazione di particelle.

ma nulla vieta a priori di sostituire alla prima

$$\text{(1a)} \qquad \text{per } x_k' = -x_k, \quad x_4' = +x_4, \quad \Lambda = i\gamma^4,$$

e alla seconda

$$\text{(1b)} \qquad \text{per } x_k' = +x_k, \quad x_4' = -x_4, \quad \Lambda = i\gamma^5\gamma^4.$$

Si vede immediatamente che un fattore i nelle espressioni di Λ non influisce sulle equazioni (P-26), (P-26') e (P-28), mentre fa sì che si debba sostituire alla (P-27) la relazione

$$\text{(2)} \qquad \overline{\Lambda} B \Lambda = -B.$$

L'arbitrarietà tra le trasformazioni (P-28a) e (P-28b) e le trasformazioni (1a) e (1b) può essere elimanata, se al postulato dell'invarianza relativistica si aggiunge quello della simmetria tra particelle e antiparticelle. Questa simmetria è dovuta alla possibilità di stabilire una corrispondenza biunivoca e relativisticamente invariante tra le soluzioni dell'equazione di Dirac a energia positiva e quelle a energia negativa; e questa possibilità è legata, come ha mostrato Pauli, all'esistenza di una matrice di C tale che una funzione φ definita dalla relazione

$$\text{(P-32)} \qquad \varphi^* = C\psi,$$

sia soggetta alla stessa equazione (P-22) e alla stessa legge di trasformazione (P-23) di ψ.

Per soddisfare la prima condizione dev'essere (a meno di un fattore numerico inessenziale)

$$\text{(P-33)} \qquad C = \overline{A}^{-1} B \gamma^4 \gamma^5\,;$$

questa relazione, applicando successivamente le (P-15) e (P-3), diventa

$$C = \overline{A}^{-1}\overline{\gamma}^4 B\gamma^5 = \overline{A}^{-1}(\overline{\gamma}^4)^{-1}B\gamma^5 = (\overline{A\gamma^4})^{-1}B\gamma^5,$$

e tenendo conto della definizione di β,

$$\text{(3)} \qquad C = \overline{\beta}^{-1} B\gamma^5.$$

Per soddisfare la seconda condizione dev'essere

$$\text{(4)} \qquad \Lambda^* C = C\Lambda.$$

Questa condizione è certamente soddisfatta dalla (3) per le trasformazioni di Lorentz in senso ristretto, perchè si ha

$$\Lambda^* C = \Lambda^* \overline{\beta}^{-1} B\gamma^5 = \overline{\Lambda}^{+} \overline{\beta}^{-1} B\gamma^5 = (\overline{\Lambda^{+-1}\beta})^{-1} B\gamma^5,$$

ed utilizzando successivamente le (P-26), (P-27) e (P-28),

$$\text{(5)} \quad \Lambda^* C = (\overline{\beta\Lambda})^{-1} B\gamma^5 = \overline{\beta}^{-1}\overline{\Lambda}^{-1} B\gamma^5 = \overline{\beta}^{-1} B\Lambda\gamma^5 = \overline{\beta}^{-1} B\gamma^5\Lambda = C\Lambda.$$

Il richiedere che la (4) valga anche per le riflessioni determina la scelta tra (P-28a) e (1a), tra (P-28b) e (1b).

Infatti osserviamo che nel caso della riflessione degli assi spaziali si ha nelle trasformazioni (5) un cambiamento di segno dovuto alla (P-28): per compensarlo bisognerà poter sostituire la (2) alla (P-27), e si dovrà perciò scegliere la (1a) anzichè la (P-28a).

Nel caso della riflessione dell'asse temporale si ha nelle trasformazioni (5) un secondo cambiamento di segno dovuto alla (P-26'): si dovrà dunque lasciare ferma la (P-27), e perciò la (P-28b).

Per avere una completa simmetria tra particelle e antiparticelle sarà dunque necessario porre in definitiva

$$\left\{\begin{array}{llll} \text{per } x_k' = -x_k, & x_4' = +x_4, & \Lambda = i\gamma^4, \\ \text{per } x_k' = +x_k, & x_4' = -x_4, & \Lambda = \gamma^5\gamma^4. \end{array}\right. \tag{6}$$

Cambiando le leggi di trasformazione delle autofunzioni, cambieranno anche quelle delle combinazioni bilineari di due autofunzioni, e non saranno più valide le leggi di coviaranza date dalle (P-31). Per ottenere le nuove leggi di covarianza si può procedere per diverse vie: la più semplice è forse l'osservare che, poichè la (P-32a) è ora invariante anche per le riflessioni, si può introdurre quel valore di ψ^* nell'espressione (P-30) di ψ^+; tenendo conto che la (P-32a) si può anche scrivere (¹)

$$\psi^* = \varphi\bar{C},$$

abbiamo, con la successiva applicazione delle (3) e (P-16),

$$\psi^+ = i\varphi\bar{C}\beta = i\varphi\overline{B\gamma^5} = -i\varphi B\gamma^5. \tag{7}$$

Confrontando con le (P-29) si vede che si hanno i coviarianti seguenti: uno scalare

$$\Omega_1' = \varphi\bar{C}\beta\psi = -\varphi B\gamma^5\psi, \tag{8$_1$}$$

un vettore

$$S_\mu' = i\varphi\bar{C}\beta\gamma^\mu\psi = -i\varphi B\gamma^5\gamma^\mu\psi, \tag{8$_2$}$$

un tensore doppio antisimmetrico

$$M'_{[\mu\nu]} = -\varphi\bar{C}\beta\gamma^{[\mu\nu]}\psi = \varphi B\gamma^5\gamma^{[\mu\nu]}\psi, \tag{8$_3$}$$

un tensore di volume o pseudovettore

$$S'_{[\lambda\mu\nu]} = i\varphi\bar{C}\beta\gamma^{[\lambda\mu\nu]}\psi = -i\varphi B\gamma^5\gamma^{[\lambda\mu\nu]}\psi, \tag{8$_4$}$$

e uno pseudoscalare

$$\Omega_2' = i\varphi\bar{C}\beta\gamma^5\psi = -i\varphi B\psi. \tag{8$_5$}$$

(¹) Cfr. la dimostrazione di (P-$\overline{23}$).

Nella teoria dei raggi β si deve dunque sostituire al quadrivettore (11) di FERMI, corrispondente a (P-21_2), il quadrivettore

$$(9) \quad \begin{cases} A_0' = -\psi_1\varphi_4 + \psi_2\varphi_3 + \psi_3\varphi_2 - \psi_4\varphi_1, \\ A_1' = \psi_1\varphi_1 - \psi_2\varphi_2 - \psi_3\varphi_3 + \psi_4\varphi_4, \\ A_2' = i\psi_1\varphi_1 + i\psi_2\varphi_2 - i\psi_3\varphi_3 - i\psi_4\varphi_4, \\ A_3' = -\psi_1\varphi_2 - \psi_2\varphi_1 + \psi_3\varphi_4 + \psi_4\varphi_3, \end{cases}$$

corrispondente a (8_2). Questo fa sì che nelle espressioni (28), (31) e (32) di FERMI il segno — vada sostituito da un segno +. Al medesimo resultato erano giunti KONOPINSKI e UHLENBECK, ammettendo che nell'emissione β ad un elettrone sia accompagnato un antineutrino, e considerando perciò nell'interazione il quadrivettore

$$i\varphi^*\beta\gamma^\mu\psi.$$

Si può porre in maggior evidenza la relazione tra le interazioni corrispondenti ai punti di vista di FERMI e di KONOPINSKI e UHLENBECK, scrivendole rispettivamente nella forma

$$(10a) \qquad H_F = g[Q\psi \cdot C\varphi + Q^*\psi^* \cdot C^*\varphi^*],$$

e

$$(10b) \qquad H_{KU} = g[Q\psi \cdot \varphi^* + Q^*\psi^* \cdot \varphi],$$

e si può facilmente dimostrare che le due interazioni portano sempre esattamente ai medesimi resultati, anche se la massa del neutrino è diversa da zero. Questa è la riprova della necessità di sostituire la (1a) alla (P-28a) per avere completa simmetria tra particelle e antiparticelle.

* * *

2. Simmetria tra particelle e antiparticelle significa che una particella può essere arbitrariamente considerata come vera particella o come antiparticella, ma non significa che i due tipi di particelle siano fisicamente indistinguibili. Questa affermazione vale non soltanto per gli elettroni, che la differenza di carica permette di distinguere dai positroni, ma anche per i neutrini, per cui la mancanza di carica sembra a prima vista [1] rendere impossibile tale distinzione.

Le interazioni (10a) e (10b) danno infatti luogo, oltre che ai processi di radioattività β spontanea, anche a dei processi di radioattività indotta dall'urto dei neutrini contro i nuclei; in questi processi avviene l'assorbimento del neutrino contemporaneamente all'emis-

[1] J. DESTOUCHES, « Comptes Rendus », **198**, 467, 1934.

sione dell'elettrone o del positrone. Ci si rende però immediatamente conto che, quando si consideri l'interazione tra particelle pesanti e particelle leggere sia nella forma (10a) che (10b), un neutrino emesso in un processo β^- può indurre per assorbimento soltanto un processo β^+, e viceversa. Le interazioni (10a) e (10b) portano perciò all'esistenza di due tipi di neutrini perfettamente distinti.

Se l'esperienza dovesse un giorno dimostrare che tale distinzione in natura non esiste, cioè che qualsiasi neutrino può produrre indifferentemente emissione di elettroni e di positroni, bisognerebbe cambiare la forma di interazione tra particelle pesanti e particelle leggere, e precisamente assumere la somma di H_F e H_{KU}:

$$H = H_F + H_{KU} = g[Q\psi \cdot (C\varphi + \varphi^*) + Q^*\psi^* \cdot (C^*\varphi^* + \varphi)]. \tag{11}$$

Questa posizione equivale ad applicare ai neutrini il formalismo di MAJORANA, perchè quando si assuma per le matrici di DIRAC appunto quel particolare schema in cui è $C = I$, l'interazione diventa

$$H = g[Q\psi \cdot (\varphi + \varphi^*) + Q^*\psi^*(\varphi + \varphi^*)], \tag{12}$$

ed in essa entra soltanto un'onda neutrinica reale.

L'imposizione della realtà delle onde neutriniche non è dunque soltanto un metodo matematicamente più semplice per rappresentare teoricamente i neutrini, ma è una logica conseguenza dell'ipotesi dell'identità fisica dei neutrini e degli antineutrini; si vede così che la teoria di E. MAJORANA non ha soltanto un interesse formale, ma porta a delle conseguenze fisiche essenzialmente diverse da quelle derivanti dalla teoria di FERMI.

***

3. Assai differente è la posizione della teoria di E. MAJORANA di fronte ai neutroni, perchè alla sua estensione a tali particelle si oppongono due difficoltà.

La prima è costituita dal momento magnetico del neutrone: è noto che l'equazione di DIRAC può esser completata, senza disturbarne l'invarianza relativistica e elettromagnetica, in modo da tener conto di un momento magnetico anche nel caso di particelle elettricamente neutre: si verifica però facilmente che nell'equazione così completata è impossibile separare la parte reale dalla parte immaginario di ψ, come è richiesto dalla teoria di E. MAJORANA.

La seconda difficoltà è costituita dal fatto che se nella teoria dei raggi β anche l'autofunzione neutronica fosse reale, i neutroni avrebbero uguale probabilità di trasformarsi in protoni per emissione β^- o in antiprotoni per emissione β^+; e questo, almeno fino ad oggi, deve considerarsi in contraddizione con l'esperienza.

Da un punto di vista più fisico possiamo riassumere queste considerazioni dicendo che la teoria di E. MAJORANA equivale a identificare le particelle con le antiparticelle, e che se tale identificazione può farsi per i neutrini, essa non sembra possibile per i neutroni, perchè l'antineutrone dovrebbe differire dal neutrone e per il segno del momento magnetico e per la capacità di trasformarsi per processo β in antiprotone anzichè in protone. Ricordando l'ipotesi di WICK (1) sull'origine del momento magnetico del neutrone, si vede che le due difficoltà non sono indipendenti.

Desidero ringraziare il prof. W. PAULI per interessanti e proficue discussioni sugli argomenti di questa nota.

Firenze, Istituto Fisico di Arcetri, Luglio 1937-XV.

(1) G. C. WICK, « Rend. Lincei », **21**, 170, 1935.